



WEST BENGAL STATE UNIVERSITY
B.A./B.Sc. Honours 1st Semester Examination, 2019

ECOACOR02T-ECONOMICS (CC2)
MATHEMATICAL METHODS FOR ECONOMICS-I

Time Allotted: 2 Hours

Full Marks: 50

*The figures in the margin indicate full marks.
Candidates should answer in their own words
and adhere to the word limit as practicable.*

*প্রান্তিক সীমার মধ্যস্থ সংখ্যাটি পূর্ণমান নির্দেশ করে।
পরীক্ষার্থীরা নিজের ভাষায় যথা সম্ভব শব্দসীমার মধ্যে
উত্তর করিবে।*

All symbols are of usual significance.

1. Answer any **five** questions from the following:

2×5 = 10

নিম্নলিখিত যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

- (a) The total cost C of a factory per day is a function of its daily output (Q) given by the equation $C = 50 + 3Q$. The factory has a capacity limit of 60 units of output per day. Find the domain and range of the cost function.

একটি কারখানার মোট দৈনিক ব্যয় (C) তার দৈনিক উৎপাদন (Q) এর অপেক্ষক; $C = 50 + 3Q$ । কারখানাটির দৈনিক উৎপাদনের ক্ষমতা 60 একক। ব্যয় অপেক্ষকের ক্ষেত্র ও পরিসর নির্ণয় করো।

- (b) Show that the following demand function is not defined for all values of x .

$$P_x = \sqrt{16 - x^2}; \text{ where } P_x \text{ is the price of good } x.$$

দেখাও যে নিম্নলিখিত চাহিদা অপেক্ষকটি x দ্রব্যটির সমস্ত মানের জন্য গ্রহ্য হবে না।

$$P_x = \sqrt{16 - x^2} \text{ যেখানে } P_x \text{ হল } x \text{ দ্রব্যের দাম।}$$

- (c) Are the following sets finite? Explain with definition.

(i) S_1 = Total production of potatoes in Bengal.

(ii) $S_2 = \{x | x \text{ is an integer}\}$

নিম্নলিখিত সেটগুলি সসীম কিনা তা সংজ্ঞার মাধ্যমে বিচার করো।

(i) S_1 = বাংলায় আলুর মোট উৎপাদন

(ii) $S_2 = \{x | x \text{ একটি পূর্ণসংখ্যা}\}$

- (d) 'A' is a set of persons in a factory whose monthly incomes are between Rs. 100 and Rs. 300. 'B' is the set whose monthly incomes are between Rs. 200 and Rs. 500. 'C' is the set whose monthly incomes are between Rs. 400 and Rs. 600. Find (i) $A \cap B$; (ii) $A \cup B \cup C$; (iii) $(A \cup B) \cap C$; (iv) $A \cap B \cap C$.

একটি কারখানায় 100 টাকা থেকে 300 টাকা বেতনের শ্রমিকের সেট যদি 'A' হয়। 200 টাকা থেকে 500 টাকার সেট যদি 'B' হয় এবং 400 টাকা থেকে 600 টাকা বেতনের শ্রমিকের সেট যদি 'C' হয় তবে

- (i) $A \cap B$; (ii) $A \cup B \cup C$; (iii) $(A \cup B) \cap C$; (iv) $A \cap B \cap C$ নির্ণয় করো।

- (e) Find the marginal and average functions for the following total function and comment on their relative slopes. Total function: $R = 10q - q^2$.

নিচের মোট অপেক্ষকটির জন্য প্রান্তিক ও গড় অপেক্ষক নির্ণয় করো এবং এগুলির আপেক্ষিক ঢাল সম্পর্কে মন্তব্য করো।

$$\text{Total function: } R = 10q - q^2.$$

- (f) Consider the production function $Q = L^\alpha K^\beta$; $\alpha, \beta > 0$ under what restrictions on α and β , the production function exhibits diminishing marginal productivity to both factors?

ধরা যাক, উৎপাদন অপেক্ষকটি হল $Q = L^\alpha K^\beta$; $\alpha, \beta > 0$ α এবং β র উপর কি ধরনের শর্ত প্রয়োগ করলে দুটি উপাদানের ক্ষেত্রেই ক্রমহ্রাসমান উৎপাদন বিধি কার্যকর হবে?

- (g) The following are the two demand functions for two commodities X_1 and X_2 with prices p_1 and p_2 respectively: $X_1 = p_1^{-1.7} p_2^{0.8}$; $X_2 = p_1^{0.5} p_2^{-0.8}$

Determine whether the two commodities are substitutes or complements.

দুটি দ্রব্য X_1 এবং X_2 এর চাহিদা অপেক্ষক দুটি হল $X_1 = p_1^{-1.7} p_2^{0.8}$; $X_2 = p_1^{0.5} p_2^{-0.8}$ যেখানে p_1 এবং p_2 দ্রব্য দুটির দাম। দ্রব্য দুটি পরিবর্ত দ্রব্য না পরিপূরক দ্রব্য তা নির্ণয় করো।

- (h) Given $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$

Show that $(AB)' = B'A'$

যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ হয়

তবে দেখাও যে $(AB)' = B'A'$.

2. Answer any **four** questions from the following:

5×4 = 20

নিম্নলিখিত যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

- (a) Find the equation of an isoquant for the production function $q = 100K^{0.25}L^{0.75}$ where K and L are amounts of capital and labour respectively. Show that the isoquant is decreasing and convex. 1+2+2

উৎপাদন অপেক্ষক $q = 100K^{0.25}L^{0.75}$ এর পরিপ্রেক্ষিতে একটি সমোৎপাদন রেখার সমীকরণ লেখো যেখানে K এবং L যথাক্রমে মূলধন ও শ্রমের পরিমাণ নির্দেশ করছে। দেখাও যে সমোৎপাদন রেখাটি নিম্নগামী এবং উত্তল।

- (b) A firm has the following total cost and demand functions: $C = \frac{1}{3}Q^3 - 7Q^2 + 111Q + 50$ and $Q = 100 - P$. Find the profit maximizing level of output; also find profit at this level of output. 5

একটি ফার্মের মোট ব্যয় এবং চাহিদা রেখা যথাক্রমে $C = \frac{1}{3}Q^3 - 7Q^2 + 111Q + 50$ ও $Q = 100 - P$. সর্বাধিক মুনাফা অর্জনকারী উৎপাদনের পরিমাণ নির্ণয় করো। এই পরিমাণ উৎপাদনে ফার্মের মুনাফা কত হবে তাও নির্ণয় করো।

- (c) The marginal cost function of a firm is given by $MC = 75 + 20x - 3x^2$. If the fixed cost is Rs. 1000, how much cost is required to produce 10 units? 5

একটি কারখানার প্রান্তিক ব্যয় অপেক্ষকটি হল $MC = 75 + 20x - 3x^2$ ।

যদি স্থির ব্যয় 1000 টাকা হয় তবে 10 একক দ্রব্য প্রস্তুত করতে কত ব্যয় হবে?

- (d) If $U = Y^{2/3}L^{1/3}$ is the utility function of a person where Y denotes wage income and L denotes leisure time enjoyed (per day basis), find his/her optimum leisure time when the wage rate is Rs. 100 per hour. 5

এক ব্যক্তির উপযোগ অপেক্ষক $U = Y^{2/3}L^{1/3}$ যেখানে Y হল মজুরি বাবদ আয় এবং L হল বিশ্রামের সময়। যদি মজুরির হার ঘণ্টা পিছু ১০০ টাকা হয় তবে কাম্য বিশ্রামের পরিমাণ কত হবে?

- (e) Production function of a firm is: $q = 8x_1^{1/2} + 20x_2^{1/2}$. Prices of two factors (x_1, x_2) are $r_1 = 1$ and $r_2 = 5$ respectively. Derive the equation of the expansion path of the firm. 5

একটি ফার্মের উৎপাদন অপেক্ষকটি হল $q = 8x_1^{1/2} + 20x_2^{1/2}$ দুটি উপাদান x_1 এবং x_2 এর দাম যথাক্রমে $r_1 = 1$ এবং $r_2 = 5$ । ফার্মের সম্প্রসারণ পথের সমীকরণ নির্ধারণ করো।

- (f) Find the expenditure function for the utility function $u = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$; $0 < \alpha < 1$. 5

উপযোগিতা অপেক্ষক $u = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$; $0 < \alpha < 1$ এর পরিশ্রুতিতে ব্যয় অপেক্ষক নির্ধারণ করো।

3. Answer any *two* questions from the following: 10×2 = 20

নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

- (a) The production function of a firm is given by $Q = f(K, L) = K^{1/2}L^{1/4}$. The prices of capital (K) and labour (L) are r and w respectively. 6+4

- (i) Find the cost minimizing inputs of K and L and also determine the minimum cost ' C ' as functions of r , w and Q .

- (ii) Denote the cost minimizing values by K^* , L^* , C^* and verify that $K^* = \frac{\partial C^*}{\partial r}$,

$$L^* = \frac{\partial C^*}{\partial w}, \lambda = \frac{\partial C^*}{\partial Q} \text{ (}\lambda \text{ denotes Lagrange multiplier) and } \frac{\partial K^*}{\partial w} = \frac{\partial L^*}{\partial r}.$$

একটি ফার্মের উৎপাদন অপেক্ষকটি হল $Q = f(K, L) = K^{1/2}L^{1/4}$ মূলধন (K) এবং শ্রমের (L) দাম যথাক্রমে r এবং w .

- (i) ব্যয় সর্বনিম্নকারী মূলধন ও শ্রমের পরিমাণ এবং সর্বনিম্ন ব্যয়, r , w ও Q এর অপেক্ষকরূপে নির্ধারণ করো।

- (ii) ব্যয় সর্বনিম্নকারী মানগুলিকে K^* , L^* এবং C^* দ্বারা নির্দেশ করো এবং দেখাও যে

$$K^* = \frac{\partial C^*}{\partial r}, L^* = \frac{\partial C^*}{\partial w}, \lambda = \frac{\partial C^*}{\partial Q} \text{ (}\lambda \text{ হল ল্যাগ্রেঞ্জ গুণক) এবং } \frac{\partial K^*}{\partial w} = \frac{\partial L^*}{\partial r}.$$

- (b) Construct the indirect utility function that corresponds to the direct utility function $u = \alpha \ln q_1 + q_2$. Use Roy's identity to construct demand functions for two goods. Are these the same as the demand functions derived from direct utility function? 10

প্রত্যক্ষ উপযোগিতা অপেক্ষক $u = \alpha \ln q_1 + q_2$ এর সংশ্লিষ্ট পরোক্ষ উপযোগিতা অপেক্ষকটি নির্ণয় করো। 'রয়ের অভিন্নতা' ব্যবহার সহযোগে দুটি দ্রব্যের চাহিদা নির্ণয় করো। এগুলো কি প্রত্যক্ষ উপযোগিতা অপেক্ষক সহযোগে নির্ধারিত চাহিদা রেখার সমান?

- (c) In a two commodity framework derive the Slutsky equation for a rational consumer and show that 6+2+2

- (i) each commodity must be a net substitute of each other;

- (ii) own price substitution effect must be negative.

একটি দুই পণ্যযুক্ত কাঠামোয় একজন স্বার্থসচেতন ভোক্তার স্লাটস্কি সমীকরণটি নির্ণয় করো এবং দেখাও যে

- (i) প্রত্যেকটি পণ্য অন্যটির নীট বিপরীত;
(ii) নিজ দামের সাপেক্ষে পরিবর্ত প্রভাব ঋণাত্মক হবেই।

- (d) (i) Suppose the markets for tea (t) and coffee (c) are described by the following demand and supply functions:

5+5

$$\left. \begin{aligned} D_t &= 100 - 5P_t + 3P_c \\ S_t &= -10 + 2P_t \end{aligned} \right\} \begin{aligned} D_c &= 120 - 8P_c + 2P_t \\ S_c &= -20 + 5P_c \end{aligned}$$

Using matrix inversion method determine equilibrium prices of tea and coffee.

- (ii) Solve the system for the unknowns x_1 , x_2 and x_3 using Cramer's rule

$$2x_1 + 4x_2 - x_3 = 15$$

$$x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -5$$

$$6x_1 + 5x_2 + x_3 = 28$$

- (i) ধর চা (t) এবং কফির (c) বাজারে চাহিদা ও যোগান অপেক্ষকগুলি নিম্নরূপঃ

$$\left. \begin{aligned} D_t &= 100 - 5P_t + 3P_c \\ S_t &= -10 + 2P_t \end{aligned} \right\} \begin{aligned} D_c &= 120 - 8P_c + 2P_t \\ S_c &= -20 + 5P_c \end{aligned}$$

ম্যাট্রিক্স বিপরীতকরণের সাহায্যে চা এবং কফির ভারসাম্য দাম নির্ণয় করো।

- (ii) Cramer এর নিয়মের সাহায্যে নিম্নলিখিত সমীকরণগুলি থেকে x_1 , x_2 এবং x_3 এর মান নির্ণয় করো।

$$2x_1 + 4x_2 - x_3 = 15$$

$$x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -5$$

$$6x_1 + 5x_2 + x_3 = 28$$

-----x-----