



WEST BENGAL STATE UNIVERSITY  
B.A./B.Sc. Honours 1st Semester Examination, 2018

ECOACOR02T-ECONOMICS (CC2)  
MATHEMATICAL METHODS FOR ECONOMICS-I

Time Allotted: 2 Hours

Full Marks: 50

The figures in the margin indicate full marks.  
Candidates should answer in their own words  
and adhere to the word limit as practicable.

প্রান্তিক সীমার মধ্যস্থ সংখ্যাটি পূর্ণমান নির্দেশ করে।  
পরীক্ষার্থীরা নিজের ভাষায় যথা সম্ভব শব্দসীমার মধ্যে  
উত্তর করিবে।

1. Answer any **five** questions from the following:

2×5 = 10

নিম্নলিখিত যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

- (a) If the domain of the function  $y = 5 + 3x$  is the set  $\{x | 1 \leq x \leq 9\}$  find the range of the function and express it as a set.

যদি  $y = 5 + 3x$  অপেক্ষকটির অঞ্চল হয় সেট  $\{x | 1 \leq x \leq 9\}$  তবে তার বিস্তার নির্ণয় করো এবং সেট হিসাবে দেখাও।

- (b) From a linear demand curve we have the following observations:

at  $p = 15 / \text{unit}, q = 35 \text{ units}$   
 $p = 12 / \text{unit}, q = 50 \text{ units}.$

Write down the functional relationship between  $p$  and  $q$ .

একটি সরল রৈখিক চাহিদা রেখা থেকে আমরা লক্ষ্য করি যে,

যখন  $p = 15 / \text{একক}$  তখন  $q = 35 \text{ একক}$

যখন  $p = 12 / \text{একক}$  তখন  $q = 50 \text{ একক}$ ।

$p$  এবং  $q$  এর মধ্যে অপেক্ষকীয় সম্পর্কটি লেখো।

- (c) Suppose labour is the only variable factor of production. Calculate the average variable cost when average productivity of labour is 15 and wage rate is 60.

মনে করো কোন উৎপাদনের একমাত্র পরিবর্তনশীল উপাদান হল শ্রম। যদি শ্রমের গড় উৎপাদনশীলতা 15 ও মজুরির হার 60 টাকা হয় তবে গড় পরিবর্তনশীল ব্যয় নির্ণয় করো।

- (d) Check whether the following function is homogenous. If yes, then what is the degree of homogeneity?

1+1

নিম্নলিখিত অপেক্ষকটি সমমাত্রিক অপেক্ষক কিনা পরীক্ষা করো। হলে কত মাত্রার ?

$$z = \frac{xy}{\sqrt{xy}}$$

- (e) How many subsets can be formed from a set of  $n$  elements? Enumerate all the subsets of the set  $S = \{1, 3, 5, 7\}$ . 1+1

যদি কোনো 'সেট'-এ  $n$  সংখ্যক উপাদান থাকে তবে কতগুলি সাবসেট তৈরি করা যায়? সেট  $S = \{1, 3, 5, 7\}$  এর সবকটি সাবসেট লেখো।

- (f) If the production function is given by  $f(L) = 8L^2 - 3L$ , find Marginal Product of Labour ( $MP_L$ ) and Average Product of Labour ( $AP_L$ ). Show that both the curves  $MP_L$  and  $AP_L$  are rising. 0.5×4 = 2

যদি উৎপাদন অপেক্ষকের সমীকরণ  $f(L) = 8L^2 - 3L$  হয় তবে শ্রমের প্রান্তিক উৎপাদন ( $MP_L$ ) এবং শ্রমের গড় উৎপাদন ( $AP_L$ ) বের করো। দেখাও যে এই দুটি রেখাই উর্ধ্বমুখী।

- (g) It is given that  $f(x) = 1$  for  $x > 0$   
 $f(x) = 0$  for  $x = 0$   
 $f(x) = -1$  for  $x < 0$

Examine whether the function is continuous at  $x = 0$ .

দেওয়া আছে যে,  $f(x) = 1$  যখন  $x > 0$   
 $f(x) = 0$  যখন  $x = 0$   
 $f(x) = -1$  যখন  $x < 0$

অপেক্ষকটি  $x = 0$  তে অবিচ্ছিন্ন কিনা পরীক্ষা করো।

- (h) Given  $A = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 7 \\ 0 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ . Show that  $AI = IA = A$ , where  $I$  is the identity matrix.

দেওয়া আছে যে,  $A = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 7 \\ 0 & -2 & 4 \end{bmatrix}$

দেখাও যে  $AI = IA = A$ , যেখানে  $I$  একটি আইডেন্টিটি ম্যাট্রিক্স।

2. Answer any **four** questions from the following: 5×4 = 20

নিম্নলিখিত যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

- (a) Given the utility function  $U = x_1 x_2$ , find the marginal utilities and examine how marginal utility of good one changes with the change in consumption of it. Verify that the change in the marginal utility of one good due to change in the other good is the same no matter which good is chosen first. 1+1+1+2

$U = x_1 x_2$  উপযোগিতা অপেক্ষকটির ক্ষেত্রে প্রান্তিক উপযোগিতাগুলি নির্ণয় করো এবং প্রথম দ্রব্যটির ভোগের পরিবর্তনের ফলে এই দ্রব্যের প্রান্তিক উপযোগিতা কিভাবে পরিবর্তিত হয় পরীক্ষা করো। দেখাও যে কোনো একটি দ্রব্যের পরিবর্তনের ফলে অন্য দ্রব্যটির প্রান্তিক উপযোগিতা পরিবর্তনের পরিমাণ একই থাকে - এটি কোন্ দ্রব্যটিকে প্রথমে নেওয়া হয়েছে তার উপর নির্ভর করে না।

- (b) If the marginal cost function of a firm is given by  $C'(Q) = 2e^{0.2Q}$  and if the fixed cost is 90, find the total cost function  $C(Q)$ .

যদি উৎপাদন প্রতিষ্ঠানের প্রান্তিক ব্যয় অপেক্ষকটি হয়  $C'(Q) = 2e^{0.2Q}$  এবং যদি স্থির ব্যয় হয় 90 তবে মোট ব্যয় অপেক্ষক  $C(Q)$  নির্ণয় করো।

- (c) Consider the utility function  $U = x^\alpha y^\beta$ . Show that the function is strictly concave (downward) for all values of  $x$  and  $y$  if  $0 < \alpha < 1$ ,  $0 < \beta < 1$  and  $(\alpha + \beta) < 1$ . What shape does the function have for  $(\alpha + \beta) = 1$ .  
 ধরা যাক উপযোগিতা অপেক্ষক হল  $U = x^\alpha y^\beta$ । দেখাও যে  $x$  এবং  $y$  এর সকল মানের জন্যেই অপেক্ষকটি নিশ্চিতভাবে অবতল (নিম্নমুখী) যেখানে  $0 < \alpha < 1$ ,  $0 < \beta < 1$  এবং  $(\alpha + \beta) < 1$ । যদি  $(\alpha + \beta) = 1$  হয় তাহলে অপেক্ষকটি কি আকার নেবে?
- (d) Suppose the demand function is  $p = a - bq$ . Find out price and quantity for which total revenue is maximum. What is the shape of the total revenue curve?  
 ধরা যাক চাহিদা অপেক্ষকটি হল  $p = a - bq$ , মোট বিক্রয়লব্ধ আয় সর্বাধিককারী দাম এবং উৎপাদনের পরিমাণ নির্ণয় করো। মোট বিক্রয়লব্ধ আয় রেখাটির আকৃতি কিরূপ হবে?
- (e) Derive the expression for a level curve corresponding to the following function  $U = U(x, y) = x^2 y^2$ . Hence determine its shape and curvature. 1+2+2  
 নিম্নলিখিত অপেক্ষক  $U = U(x, y) = x^2 y^2$  এর লেভেল রেখাকে কিভাবে প্রকাশ করবে? এই লেভেল রেখাটির আকৃতি ও বক্রতা নির্ণয় করো।
- (f) Show that the following production function  $y = \alpha \ln x_1 + (1 - \alpha) \ln x_2$ ;  $0 < \alpha < 1$  is homothetic but not homogeneous of any degree.  
 দেখাও যে  $y = \alpha \ln x_1 + (1 - \alpha) \ln x_2$ ;  $0 < \alpha < 1$  উৎপাদন অপেক্ষকটি হোমোথেটিক কিন্তু কোনো মাত্রার সমস্বত্ব নয়।
3. Answer any *two* questions from the following: 10×2 = 20  
 নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:
- (a) Construct an indirect utility function that corresponds to the direct utility function  $U = x_1 x_2$ . State and prove Roy's identity for the given utility function. 5+5  
 প্রত্যক্ষ উপযোগিতা অপেক্ষক  $U = x_1 x_2$  এর সংশ্লিষ্ট পরোক্ষ উপযোগিতা অপেক্ষকটি নির্ণয় করো। 'রয়ের অভিন্নতা' বিবৃত করো এবং প্রদত্ত উপযোগিতা অপেক্ষকটির ক্ষেত্রে সেটি প্রমাণ করো।
- (b) A manufacturer produces  $X$  machines per day at a total cost of Rs.  $\left(\frac{1}{5}X^2 + 11X + 200\right)$ . The demand function for the machine is  $X = 400 - 2P$  where  $P$  is price per machine. 5+5  
 একজন উৎপাদক প্রতিদিন  $\left(\frac{1}{5}X^2 + 11X + 200\right)$  টাকা মোট ব্যয়ে  $X$  সংখ্যক মেশিন উৎপাদন করে। মেশিনের চাহিদা অপেক্ষক হল  $X = 400 - 2P$  যেখানে  $P$  হল প্রতিটি মেশিনের মূল্য।
- (i) Find the number of machines that the manufacturer should produce to maximize profit.  
 উৎপাদকটি মুনাফা সর্বাধিক করার জন্য দৈনিক কতগুলি মেশিন উৎপাদন করবে?
- (ii) A tax 't' per machine is imposed. If the manufacturer adds this tax to its cost and continues to maximize its profit, show that the price increases approximately by 1/3rd of tax.  
 প্রতিটি মেশিনের ওপর 't' কর আরোপ করা হল। উৎপাদক যদি এই কর মোট ব্যয়ের অন্তর্ভুক্ত করে তাহলে দেখাও যে দাম করের প্রায় এক-তৃতীয়াংশ বাড়বে।

- (c) Specify the characteristics of the labour supply function of an individual having the utility function defined for a time period of one day given by  $U = 48L + LY - L^2$  where  $L$  denotes leisure hours and  $Y$  denotes income. What will be the nature of the labour supply function if the utility function is changed to  $U = LY$  ? 6+4

একটি ব্যক্তির একদিনের উপযোগিতা অপেক্ষক হল  $U = 48L + LY - L^2$  যেখানে  $L$  ঐ ব্যক্তির দৈনিক বিশ্রামের সময় এবং  $Y$  শ্রমলব্ধ আয়। ঐ ব্যক্তির শ্রমের যোগান অপেক্ষকের বৈশিষ্ট্যগুলি সুনির্দিষ্ট কর। যোগান অপেক্ষকের আকৃতি কিরূপ হবে যদি উপযোগিতা অপেক্ষকটি হয়  $U = LY$  ?

- (d) (i) The equilibrium conditions for three related markets are given by 6+4

$$11p_1 - p_2 - p_3 = 31$$

$$-p_1 + 6p_2 - 2p_3 = 26$$

$$-p_1 - 2p_2 + 7p_3 = 24$$

Using matrix inversion, find the equilibrium price of each market.

- (ii) Show that a consumer with the utility function  $U = x_1^\alpha x_2$ ,  $\alpha > 0$  will have a linear income-consumption curve.

- (ক) তিনটি সম্পর্কিত বাজারের ভারসাম্যের শর্তগুলি হলঃ

$$11p_1 - p_2 - p_3 = 31$$

$$-p_1 + 6p_2 - 2p_3 = 26$$

$$-p_1 - 2p_2 + 7p_3 = 24$$

ম্যাট্রিক্স বিপরীতকরণ-এর সাহায্যে প্রতিটি বাজারের ভারসাম্য দাম নির্ধারণ করো।

- (খ) দেখাও যে ভোক্তার উপযোগ অপেক্ষকটি  $U = x_1^\alpha x_2$ ,  $\alpha > 0$  হলে আয় ভোগ রেখাটি সরলরেখিক হবে।

—x—